Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2026-27 г.г.
Отборочный этап **9 класс**
Время написания работы 4 астрономических часа Решения всех задач оцениваются из 7 баллов

9.1. Существуют ли такие действительные числа x, y, z, что: $x + \frac{1}{y} = z, y + \frac{1}{z} = x, z + \frac{1}{x} = y$?

9.2. В остроугольном треугольнике ABC длины сторон AB и AC больше длины стороны BC. На стороне AC взята точка K такая, что AK=BK, а точка P – основание высоты CP, опущенной из вершины C на сторону AB. Доказать, что площадь треугольника APK равна половине площади треугольника ABC.

9.3. Для положительных чисел a и b выполнено неравенство $a^2 + b^2 > a + b$. Докажите, что для этих чисел выполнено неравенство $a^3 + b^3 > a^2 + b^2$.

9.4. Пусть каждое натуральное число окрашено в один из двух цветов: синий или красный. Может ли при этом сумма любых двух различных красных чисел быть синим числом, а сумма любых двух различных синих чисел быть красным числом?

9.5. На доске записаны подряд все натуральные числа от 1 до 50. Вася и Петя по очереди пишут плюс или минус перед любым числом, у которого ещё нет знака, начинает Вася. После того, как все 50 знаков расставлены, подсчитывается значение полученного арифметического выражения и берётся его модуль. Цель Васи – добиться того, чтобы этот модуль был как можно больше, задача Пети – мешать ему. Найти максимальное значение, которого гарантированно может добиться Вася.

Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2026-27 г.г.
Отборочный этап **9 класс**
Время написания работы 4 астрономических часа Решения всех задач оцениваются из 7 баллов

9.1. Существуют ли такие действительные числа x, y, z, что: $x + \frac{1}{y} = z, y + \frac{1}{z} = x, z + \frac{1}{x} = y$?

9.2. В остроугольном треугольнике ABC длины сторон AB и AC больше длины стороны BC. На стороне AC взята точка K такая, что AK=BK, а точка P – основание высоты CP, опущенной из вершины C на сторону AB. Доказать, что площадь треугольника APK равна половине площади треугольника ABC.

9.3. Для положительных чисел a и b выполнено неравенство $a^2 + b^2 > a + b$. Докажите, что для этих чисел выполнено неравенство $a^3 + b^3 > a^2 + b^2$.

9.4. Пусть каждое натуральное число окрашено в один из двух цветов: синий или красный. Может ли при этом сумма любых двух различных красных чисел быть синим числом, а сумма любых двух различных синих чисел быть красным числом?

9.5. На доске записаны подряд все натуральные числа от 1 до 50. Вася и Петя по очереди пишут плюс или минус перед любым числом, у которого ещё нет знака, начинает Вася. После того, как все 50 знаков расставлены, подсчитывается значение полученного арифметического выражения и берётся его модуль. Цель Васи – добиться того, чтобы этот модуль был как можно больше, задача Пети – мешать ему. Найти максимальное значение, которого гарантированно может добиться Вася.